

数学科学習指導案

研究主題

数学的な思考力、判断力、表現力等を育む学習指導の在り方

～一人一人を生かす数学的活動の充実を目指して～

1 単元名 図形と相似（第3学年、「B 図形」）

2 単元について

この単元に関連する学習をふり返ると、小学校6年で、図形についての観察や構成などの活動を通して、拡大図や縮図について学習している。また、中学校2年では、三角形の合同条件を用いて、三角形や平行四辺形などの基本的な性質を論理的に確かめることを学習している。既習の図形の性質を整理し、論理的に体系づけ、組み立てていく上で、合同と相似の概念は重要である。この単元では、図形の相似の概念を明らかにし、その性質を用いて、さまざまな図形の性質を論理的に確かめ、理解を深めていくことがねらいである。生徒は実生活の経験において、写真の引き伸ばしやコピー機による拡大・縮小などから「大きさは違うが形が同じ」という場面に数多くふれている。しかし、図形の「形」あるいは「形が同じ」という言葉は数学的に定義されたものではなく曖昧である。そこで、「形が同じ」とはどういうことなのかを共通認識することから導入が必要である。また、「大きさは違うが形が同じ」図形を、方眼のます目を数えながらつくる作業を取り入れ、「どんなことがわかるか」を話し合うことで、小学校で学習した拡大図や縮図の学習体験を想起してから、実際に描いたり観察したりする中で、相似な図形のイメージを豊かにし、「一方の図形を拡大または縮小したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形は相似である」と数学的に定義する。また、基本的な立体の相似の意味についても理解し、相似な図形の性質を用いて、図形の計量ができるようにすることもねらいである。三角形の相似の概念をもとに図形の相似について学び、三角形の相似条件を新たな証明の根拠として、平面図形の性質をより深く学習する。また、基本的な立体の相似についても学習し、相似の考え方が日常の生活に結びついていることも学習の過程で理解させていきたい。例えば、相似な立体とみられる商品について、相似比から体積比を求め、体積の比と価格の比からどちらが割安かを考えることができる。さらに、間に池などの障害物がある2本の木の間の距離を相似な三角形をつくって求めることや、直接測ることが困難な校舎の高さを人の影と校舎の影の長さを利用して求めることなど、日常生活や社会で相似の考えが利用されている。このような事例を挙げながら相似について考えることによって、より身近なものとして認識させるとともに、数学のよさを実感させたい。

以上のことから、本単元における「数学的な思考力、考察力、表現力が高まった生徒像」を次のように捉える。一つめは「三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる」、二つめは「平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる」、三つめは「相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる」である。そのためには、既習の図形の性質を整理し論理的に体系づけたり、相似を具体的な場面で活用したりできるようにしたい。

本題材では、相似が日常生活に活用できることを学習の過程で理解させたい。日常生活において大きさは異なるが形が同じである図形がたくさん存在していて、それらの図形が相似であることに気付かせたい。日常生活において二つの商品から一つを選ぶとき、どちらが得であるかを考える。大きさや値段によってどちらが得であるかを判断するが、その二つの商品が相似であれば、相似比から面積比や体積比を求めることができ、値段の比と絡めて比較することでどちらが得であるか判断することができる。このように相似を利用して具体的に問題を解決していく活動を通して、相似の有用性に気付かせたい。

3 生徒の実態

4 「一人一人を生かす数学的活動」について

「一人一人を生かす数学的活動」について、ICT を活用している。生徒は1人1台端末タブレットPC（以下「ギガタブ」という）を使って自分の考えをまとめることで、他の生徒とその考えを共有することができる。積極的に話合いができない生徒にとって、自分以外の別の考えを発見することができ、一人一人を生かす活動につながると考えられる。また ICT を活用することによって、より多くの数学ツールを利用することができる。立体を多方面から観察することができるツールや画面上で図形の作図ができるツール（Geo Gebra）では、図形を別の視点から考えるイメージが付きやすくなり、基本的な作図の性質を論理的に捉えることで、複雑な図形の性質に気付くことができたりする。そのため、「図形」の授業では積極的に ICT を活用することで充実した数学的活動につながると考えられる。

5 単元の目標

- (1) 図形の相似についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。(知識及び技能)
- (2) 図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現することができる。(思考力、判断力、表現力等)
- (3) 図形の相似について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。(学びに向かう力、人間性等)

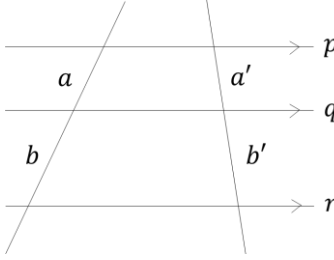
6 評価規準

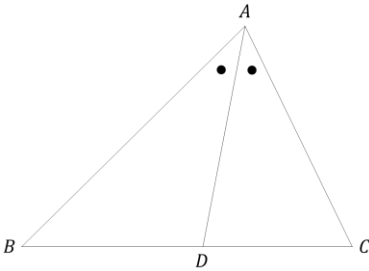
知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解している。 ②基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解している。 ③のなどの記号を用いて図形の関係を表したり読み取ったりすることができる。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。 ②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。 ③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	①相似な図形の必要性和意味を考えようとしている。 ②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③相似な図形を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

7 指導と評価の計画

単元指導及び評価計画「図形と相似」 23 時間【本時の展開 22 時間目】

時	小単元名	○学習問題（学習課題） ・ 学習内容 波線下線…一人一人を生かす数学的活動	評価の観点			主たる評価 [観点](評価方法)
			知	思	態	
1	相似な図形	○形が同じ図形について学ぼう。 ・方眼を利用して、大きさの違う図形をかき、比較して話し合う。 ・拡大図、縮図を基にして、相似の意味を理解する。	◎	○		[知] 相似な2つの図形の辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができるか。
2		○相似な三角形について学ぼう。 ・相似な三角形をかき、相似な図形の特徴を見つける。 ・相似の記号の使い方や相似の比の表し方を理解する。	◎		○	[知] 図形の相似の意味と、相似な図形の性質を理解しているか。
3		○相似比について学ぼう。 ・相似な図形において、相似比を求めたり、比の性質を使って辺の長さを求めたりする。	◎			[知] 相似な図形の対応する辺の長さや角の大きさを求めることができるか。
4	三角形の相似条件	○2つの三角形はどんな場合に相似になるかを考えよう。 ・△ABC との相似比が1 : 2になる△DEF の作図を通して、相似な三角形をかくためにどのような条件が必要か考える。 ・作図を通して、「三角形の相似条件」について理解し、まとめる。	◎		○	[態] 三角形の相似条件を見いだそうとしているか。
5		○2つの三角形はどんな場合に相似になるかを考えよう。 ・三角形の相似条件をもとにして、相似な三角形の組を見つける。	◎			[知] 三角形の相似条件の意味を理解しているか。
6	相似条件と証明	○三角形の相似条件を使って、図形の性質を証明しよう。 ・2枚の折り紙を重ね、重なっていない部分にできる三角形から、相似の証明の手順を確認する。		○	◎	[態] 三角形の相似条件を用いて、図形の性質を証明しようとしているか。
7		○三角形の相似条件を使って、図形の性質を証明しよう。 ・相似条件を用いて証明する。		◎	○	[思] 見いだした図形の性質などを、三角形の相似条件を用いて

		・2つの三角形で、角や辺がどのように対応しているか口頭で説明する。				証明することができるか。
8		○三角形の相似条件を使って、図形の性質を証明しよう。 ・話し合いを通して、相似な三角形組み合わせにより証明の方法が変わることを理解する。		◎	○	[思] 見いだした図形の性質などを、三角形の相似条件を用いて証明することができるか。
9		○平行線と線分の比の関係について学ぼう。 ・ノートの罫線のページを利用して、3等分する方法について話し合う。		○	◎	[態] 平行線と線分の比についての性質を証明しようとしているか。
10		○平行線と線分の比の関係について考えよう。 ・三角形の1辺に平行な直線を引いたとき、どんなことがいえるか考える。	○	◎		[思] 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを証明することができるか。
11		○平行線と線分の比の関係について考えよう。 ・証明し、定理（平行線と線分の比）としてまとめる。		○	◎	[態] 平行線と線分の比についての性質を用いて、図形の性質を証明しようとしているか。
12	平行線と線分の比	○平行線にはさまれた線分の比について考えよう。 ・3本の平行線に交わる2本の直線を引き、対応する線分の比について考察する。  $a : b = a' : b'$ $a : a' = b : b'$ を証明し、定理（平行線にはさまれた線分の比）としてまとめる。		◎	○	[思] 平行線と線分の比についての性質を用いて、新たな図形の性質を見だし、証明することができるか。
13		○平行線にはさまれた線分の比について考えよう。	◎	○		[知] 平行線にはさまれた線分の比について

		・三角形の角の二等分線の比について、下の図を確認し、練習問題を解く。  $AB : AC = BD : DC$				ての性質を用いて線分の長さなどを求めることができるか。
14		○線分の比と平行線の関係について考えよう。 ・平行線と線分の比の逆を確認し、成り立つことを証明する。 ・定理（線分の比と平行線）としてまとめる。 ・練習問題を解く。		◎	○	[思] 平行線と線分の比についての性質の逆が成り立つことを見いだし、証明することができるか。
15	中点連結定理	○三角形の2辺の中点を結んだ線分のもつ性質について考えよう。 ・三角形の2つの辺の中点を結んだとき、線分間にどのような関係があるかを考える。 ・見いだした性質を証明し、定理（中点連結定理）としてまとめる。 ・中点連結定理を使って、長さを求める問題を解く。		◎	○	[思] 平行線と線分の比についての性質をもとにして、三角形の2辺の中点を結んだ線分のもつについて考察し表現することができるか。
16		○三角形の2辺の中点を結んだ線分のもつ性質について考えよう。 ・任意の三角形の各辺の中点を順につないでできる四角形がどんな四角形になるかを考える。 ・中点連結定理を使って証明できることを確認し、証明する。	○	◎		[思] 中点連結定理を用いて、図形の性質を証明することができるか。
17	相似な図形の面積	○相似な図形の相似比と面積の比の関係について考えよう。 ・図形のしきつめを通して、三角形と四角形にはどのような関係があるかを考える。 ・相似比が $1:k$ である相似な三角形、$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積比を考える。 ・定理（相似な図形の面積の比）としてまとめる。		○	◎	[態] 相似な図形の相似比と面積比の関係について考えようとしているか。

18		○相似な図形の相似比と面積の比の関係について考えよう。 ・相似比を使って面積を求める問題を解く。	◎	○	[知]図形の面積を、相似比と面積比を用いて求めることができるか。	
19		○相似な立体の性質について考えよう。 ・相似な立体の性質をまとめる。 ・対応する線分の長さの比は、すべて等しい。 ・対応する面は、それぞれ相似である。 ・対応する角の大きさは、それぞれ等しい。	○		◎	[態]相似な立体の相似比と表面積の比、体積の比の関係について考えようとしているか。
20	相似な立体の 表面積・体積	○相似な立体の表面積の比と体積の比について考えよう。 ・相似な直方体について、表面積と体積を計算し、相似比との関係を見だし、まとめる。 ・相似な2つの立体で、相似比が $m:n$ ならば、表面積の比は $m^2:n^2$ である。 ・相似な2つの立体で、相似比が $m:n$ ならば、体積の比は $m^3:n^3$ である。 ・定理（相似な立体の表面積の比と体積の比）としてまとめる。	◎	○		[知] 相似な立体の相似比と表面積の比、体積の比の関係について理解しているか。
21		○相似比を使って表面積、体積を求めよう。 ・相似比を使って、表面積や体積を求める問題を解く。	◎	○		[知] 立体の表面積や体積を、相似比と表面積の比、体積の比の関係を用いて求めることができるか。
22 本時		○相似の考え方を、いろいろな場面で利用しよう。 ・相似な図形の性質を利用して、商品の費用について考察する。		◎	○	[思] 相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができるか。
23	相似の 利用	○相似の考え方を、いろいろな場面で利用しよう。 ・地図上の2点間の距離を求める方法を考える。 ・実際にはかることができない長さを、縮図をかくて長さを求める。 ・縮図をかくときの相似比を決め、縮図をかく。 ・作図した縮図で、求める線分の長さを測り、実際の長さを計算する。		○	◎	[態]図形の相似について学んだことを生活や学習にいかそうとしているか。

8 本時（第22時）について

（1）本時の目標

- ①相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。【思考力、判断力、表現力等】
- ②図形の相似について学んだことを生活や学習にいかそうとしている。【学びに向かう力、人間性等】

（2）本時の展開

過程	生徒の学習内容と活動 波線下線部…一人一人を生かす数学的活動	教師の指導・留意点 ◎指導や支援 ◆評価(評価方法)
問題 把握 5分	1 身の回りで相似が使われている場面を考える 【予想される生徒の反応】 紙、ノート、建物 〔今日の学習〕 相似を使って、商品の値段について考えよう。 2 ピザの広告もしくは実際の箱を見て、相似が使われていないか考える。 【予想される生徒の反応】 ピザの形（円、おうぎ形、長方形）	◎「大きさは違うが形が同じもの」と伝え、相似を簡単にイメージしやすくする。合同についても簡単に触れる。
予想 5分	3 ピザの M サイズと L サイズではどちらが得か予想する。 ・自分ならどちらを買うか考える。 【予想される生徒の反応】 (M サイズ) 安いから、L サイズは食べきれない (L サイズ) たくさん食べたい、大きいほうがお得	◎「得」の意味を全体で共有する。 難しく考えすぎずに自分ならどちらを買うかを考えさせる。 考える幅を広げるために、広告に載っている数量を確認する。
自力 解決 10分	4 M サイズと L サイズのどちらが得であるか、自分の考えをギガタブの Google スライドにまとめる。 【予想される生徒の反応】 ・直径から実際の面積を求め、1 cm^2あたりの値段から判断する。 M サイズ $(\text{直径} \div 2)^2 \times \pi =$ L サイズ $(\text{直径} \div 2)^2 \times \pi =$ それぞれのサイズの値段を面積で割って、大きいほうがお得である。 ・直径の比（相似比）から面積比を求め、面積比と値段の比から判断する。	◎具体的な数値を用いて考えさせる。 面積と値段の関係に着目させる。 実際の面積を求めようとすると大変な計算になってしまうことから、面積比を用いて考えることはできないか提案する。 ◎キーボードで入力して説明を書くことが難しければ、考え方が書かれたノートの写真を張り付けてもよいことを伝える。 ◎考えることができない生徒には、ある程度時間が経ったらヒントを与える。「面積はいくつ？」など

	(Mサイズの直径) : (Lサイズの直径) から面積比を求め、(Mサイズの値段) : (Lサイズの値段) と比較して判断する。	◆相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができるか。【思考・判断・表現】(ギガタブ)
比較 検討 25分	5 <u>小グループで、MサイズとLサイズのどちらが得であるか考え方を共有する。</u> ・<u>全員が意見を出し合い、グループとしての意見をGoogle スライドにまとめる。</u> 6 いくつかの小グループが、スライドを見せながら考えを発表する。 ・他のグループの生徒は自分のギガタブで、発表しているグループのスライドを見ながら発表を聞く。	◎Google スライドで自分以外の考えを確認しながら話し合わせる。 ◎教員のギガタブと大型テレビを接続する。
まとめ 5分	7 本時の学習を振り返る。 〔まとめ〕 相似を使って、商品の値段について考えることができる。 ・振り返りシートに授業の感想を記入する。またピザの値段以外に相似を利用できないか考える。 【予想される生徒の反応】 牛井の並盛と大盛の値段、カップラーメンの値段	◎面積比だけでなく、体積比についても活用することができることを伝える。 ◆図形の相似について学んだことを生活や学習にいかそうとしているか。【主体的に学習に取り組む態度】(振り返りシート・行動観察)

(3) 本時の評価

①相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができるか。【思考・判断・表現】

②図形の相似について学んだことを生活や学習にいかそうとしているか。【主体的に学習に取り組む態度】

(4) 板書計画

今日の学習 相似を使って、商品の値段について考えよう。 ◎MサイズとLサイズではどちらが<u>お得</u>？ Mサイズ Lサイズ ・安い ・Lは食べきれない ・ ・ ・大きい ・たくさん食べたい ・ ・	広告からわかる数量 直径Mサイズ△△cm Lサイズ▲▲cm 値段Mサイズ〇〇円 Lサイズ●●円 相似を使って、商品の値段を考えることができる。 ピザの値段以外 アイス、牛丼 → 体積比
--	--

(5) 発問計画

- ①展開 1 「身の回りで相似の考えが使われている場面を知っていますか？」
- ②展開 2 「(ピザの広告もしくは箱を見せて) このピザの何が相似になっていますか？」
- ③展開 3 「このピザにはMサイズとLサイズがありますが、皆さんならどちらを買いますか？」
- ④展開 4 「MサイズとLサイズでは、どちらのほうがお得だと思いますか？またそう考えた理由を自分なりにギガタブにまとめてみましょう。」
- ⑤展開 4 「このピザに関する数値を確認してみましょう。直径、値段はいくつですか？」
- ⑥展開 4 「具体的な数値を使って、どちらがお得であるか考え方を自分なりにまとめてみましょう。」
- ⑦展開 5 「同じグループの友達の考え方を見てみましょう。」
- ⑧展開 7 「ピザの値段以外に相似を利用できるものはありますか？」